La dégradation des performances en calcul à l'école : Quelle origine ? Quelles solutions ?

Rémi BRISSIAUD
Maître de Conférences en Psychologie – Université de Cergy-Pontoise – IUFM de Versailles
Equipe « Compréhension, raisonnement et acquisition de connaissances »

Intervention dans le cadre du colloque syndical organisé par le SNUipp68
Université de Haute-Alsace, 18 novembre 2011

1. *Eléments d'autobiographie*

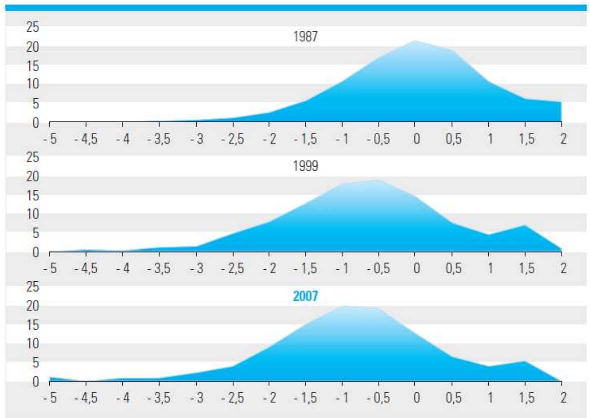
Rémi Brissiaud a été instituteur, puis professeur de lycée en mathématiques puis en Ecole normale.
Il fut membre de la première équipe Ermel (1977-1982) en compagnie de Roland Charnay. En revanche, il n'a pas participé à la deuxième équipe Ermel (à partir de 1990).
Après des études de psychologie, il est devenu maître de conférences.
Il évoque des divergences de vues avec l'équipe Ermel 2, et des débats avec Roland Charnay et Dominique Valentin.
Il a dénoncé dans les années 1980 une réhabilitation des pratiques de comptage dans l'enseignement des mathématiques.
Pour lui, la chute des performances en calcul résulte de cette réhabilitation inconsidérée du comptage à partir de 1986. Les I.O. Chevènement, qui promeuvent que « l'enfant appr[enne] et récite la comptine numérique », constituent à cet égard une rupture totale par rapport aux priorités antérieures.

2. *Raisons de la chute des performances en calcul*

M. Brissiaud déplore la pratique du « comptage-numérotage » (voir sur Eduscol le protocole d'évaluation GS qui engage à « respecter le principe un mot-nombre – un objet », c'est-à-dire qui insiste sur la correspondance terme à terme).
M. Brissiaud milite au contraire pour une priorité donnée en maternelle au « comptage-dénombrement ».

Il évoque les résultats d'échantillons représentatifs d'élèves en fin de CM2 en 1987, 1999 et 2007 sur les mêmes épreuves en calcul (document de la Division de l'Evaluation, de la Prospective et de la Performance (DEPP) du Ministère):

GRAPHIQUE 2 – Les performances en calcul



Plus de détails sur : http://media.education.gouv.fr/file/2008/23/9/NI0838_41239.pdf

Entre 1987 et 1999, la moyenne des résultats des élèves en CM2 présente une baisse de 0,65 point. L'évolution entre 1999 et 2007 ne permet pas de tirer d'enseignements significatifs et l'on peut considérer une stabilisation des résultats.

Face à ce constat de chute des performances en mathématiques, le ministre de l'Education nationale explique : « Pendant de nombreuses années, en conséquence sans doute de mai 68, notre système éducatif a en effet oublié qu'enseigner, c'est d'abord transmettre des savoirs. » (Discours au Sénat, séance du 8 février 2011)

M. Brissiaud invalide cette lecture. La rupture avec les modèles pédagogiques antérieurs à 1968 s'incarnent, pour ce qui est des mathématiques, dans la réforme dite des maths modernes (1970).
Or à titre d'exemple, en 1987, donc, plus de 15 ans après la réforme des maths modernes, 84% des élèves de CM2 réussissaient l'opération 247x36. Ils n'étaient plus que 68% à la réussir en 1999.
En réalité, c'est donc bien entre 1987 et 1999 que la baisse des résultats est particulièrement sensible. La réforme des maths modernes n'est donc pas à incriminer.
Les maths modernes et la pédagogie traditionnelle ont en commun de se méfier du comptage-numérotage.
Pour approfondir cette question, voir : http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_n/fic/49/49n3.pdf

M. Brissiaud préjuge que « calculer c'est penser… Compter, c'est moins sûr ».

3. ***Aperçu historique***

M. Brissiaud promeut les techniques de 1962 qui associent le mot-nombre deux au cardinal de l'ensemble composé de deux objets, plutôt que l'association rigide entre le mot-nombre deux et l'un en particulier des objets composant la collection. Il dénonce les travers d'une construction du nombre qui se ferait en appui exclusif sur la construction mentale de la suite verbale des mots-nombres. Il souhaite une systématisation des activités de décomposition des nombres.
Comprendre le nombre 8, ce n'est pas compter jusqu'à 8, c'est surtout se forger la conviction que pour construire la collection « 8 », on peut procéder par des actions convergentes : retirer 2 à une collection de 10, réunir une collection de 5 et une collection de 3, etc.

Après les années 1970, les travaux de Piaget ont été intégrés aux pratiques pédagogiques. M. Brissiaud relate que, pour Piaget, le comptage correspond à du dressage. A la suite des objections piagétiennes, on avait fini, à la fin des années 1970, par proscrire les situations de comptage à l'école maternelle.
Entre 1970 et 1985, on entamait la notion de nombre en janvier de l'année de CP. (En amont, on traitait bien plus sûrement : l'organisation spatiale, le codage d'actions, la désignation et la représentation, la correspondance terme à terme, le classement et l'ordre…)

Les programmes Chevènement (1986) signent le passage au tout numérique : « Progressivement, l'enfant découvre et construit le nombre. Il apprend et récite la comptine numérique. »
Les programmes Chevènement s'appuient en *maternelle* sur la théorie de Gelman et Gallistel (1978). Ces auteurs américains analysent le comptage au travers de trois principes :

- le principe de suite stable des mots-nombres
- le principe de correspondance terme à terme : 1 mot-nombre, 1 élément
- le principe cardinal : le dernier mot-nombre est « la réponse »

A la suite de la mise en œuvre de ces théories didactiques, on bascule à l'école *élémentaire* vers l'enseignement du surcomptage.

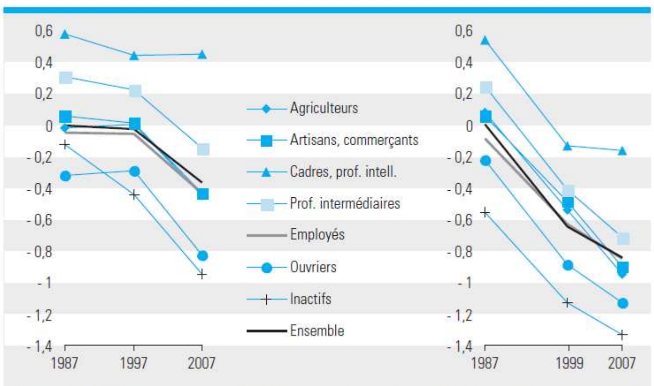
Aujourd'hui, il semble qu'un certain nombre de recommandations ministérielles continuent d'encourager des pratiques pédagogiques référées à cette théorie.

Voir à cet égard:
http://media.eduscol.education.fr/file/evaluation/36/7/aide_evaluation_GS_maternelle_monde_136367.pdf

La pédagogie en France s'imprègne de la pédagogie des pays anglophones. Des travaux de recherche en psychologie comportementale confirment que l'enseignement du comptage-numérotage engage les élèves les plus fragiles vers un comptage mécanique, surtout lorsqu'ils sont francophones.

Les résultats au CM2 en 1987/1999/2007 sont en chute quelle que soit l'origine socioprofessionnelle.

GRAPHIQUE 3 – Résultats en lecture et calcul selon la PCS du chef de famille



N.B. Les points sont les scores moyens obtenus selon l'année de l'évaluation, pour chaque catégorie d'élèves. La catégorisation est celle de la profession et catégorie sociale (PCS) du chef de famille, selon la nomenclature de l'INSEE.

L'apprentissage de la comptine numérique est utile, mais les difficultés surviennent chez les élèves quand l'enseignant surinvestit la pratique du comptage.

Dans sa 2e édition de *La bosse des maths,* Stanislas Dehaene estime d'ailleurs que « les jeunes enfants comprennent rapidement comment on compte mais ont du mal à comprendre <u>pourquoi</u> on compte. »
Le comptage numérotage est une pratique verbale qui fonctionne à rebours de tous les autres contextes. Le mot « sept » ne correspond ni à une particularité ni à une propriété du septième jeton désigné. Les enfants s'habituent, au vu des réactions de l'adulte en situation de comptage-numérotage, à répéter le dernier mot prononcé, mais sans que cela fasse sens du point de vue de la propriété de la collection considérée.

Par ailleurs, dans la transposition des théories de Gelman et Gallistel à l'espace francophone, de nouvelles difficultés surviennent. Cela est lié au fait que le pluriel est mal marqué dans la langue orale en français
Trois exemples :
- « Il y a trois chats. » (pas de marque sonore du pluriel, à l'oral)/ « There **<u>are</u>** two cat**<u>s</u>.** » (le pluriel s'entend)
- Par ailleurs, même si en terme de procédure pédagogique, on s'appuie sur le fait que 3, c'est 1 et encore 1 et encore 1, le mot « un » est polysémique en français : « un chat » est un chat générique (article indéfini) mais aussi adjectif numéral (alors qu'en anglais il y a une différence conceptuelle de taille entre « **a** cat » et « **one** cat »). La polysémie est ici un obstacle à la compréhension.
- Pour désigner le principe d'unicité, il y a deux mots distincts en français : « un » et « une ». En anglais au contraire, c'est toujours le même mot pour exprimer l'idée de 1.

Il en résulte qu'à l'âge de trois ans, les enfants anglophones sont fatalement en avance par rapport aux enfants français dans le domaine de la construction du nombre.

Le protocole expérimental Sarnecka et Carey (2008) a été mis en œuvre sur un échantillon de 67 enfants dont l'âge était compris entre 2 ans 10 mois et 4 ans 3 mois.
Parmi eux, 53 enfants réussissent à dénombrer jusqu'à 10 (en situation de répondre à la question « Combien y a-t-il… ? »)
En revanche, quand on leur demande de constituer une collection, les résultats chutent :
Seuls 34 réussissent la tâche « Donne-moi 5 jetons », 5 réussissent « Donne-moi 4 jetons », 8 réussissent « Donne-moi 3 jetons » et 6 enfants ne vont pas au-delà de « Donne-moi 2 jetons ».
L'enseignement de ce protocole expérimental est que « le dressage fonctionne ».

Par ailleurs, même aux Etats-Unis, la théorie de Gelman et Gallistel ne produit pas de résultats particulièrement brillants au regard des études comparatives internationales dans le domaine de la construction du nombre. Les élèves chinois s'en sortent bien mieux.

8+6 = ?
Si en France, le pédagogue ne retrousse pas ses manches pour demander explicitement à l'élève « de combien le résultat dépasse 10 ? », jamais celui-ci ne se la posera tout seul, et donc du point de vue procédural, l'élève sera condamné au surcomptage.
(Car 14 ne se dit pas « dix-quatre », contrairement à ce qui se passe dans la langue japonaise par exemple et qui en cela est facilitateur).

Il est pertinent, pour permettre la réussite de ce type de calcul, de favoriser les stratégies de décomposition : dans le cas présent, savoir que 6, c'est 2 et encore 4, que le 2 permet de parvenir à la dizaine et que donc le résultat dépassera 10 de 4.
Pour Brissiaud, les diagnostics de dyscalculie ne reposent sur aucune observation cognitive sérieuse. Il s'agit bien plus sûrement d'une mauvaise représentation des nombres et de leurs décompositions.

4. ***Solutions proposées***

a) En petite section, promouvoir les dialogues de base jusqu'à 3 :

- faire comprendre les premiers nombres en utilisant les décompositions, avec des formulations du type : « donne-moi deux jetons, un et encore un, deux ».
- ne pas trop anticiper l'usage de la symbolisation (ex : les doigts) ; construire la notion de « collection témoin de doigts », au-delà de la simple « configuration » qui induit peu judicieusement des représentations mentales de l'ordre du qualitatif, en lieu et place du seul signifiant numérique. Dans une collection témoin, les éléments utilisés sont substituables (le pouce n'est pas plus valable que l'annulaire pour figurer « un »).
- travailler avant tout la qualité numérique du mot « un », pour le distinguer de l'indétermination numérique.
- ne pas introduire l'usage de la file numérique en petite section. « Deux » renvoie à « un et encore un », ce n'est pas un numéro. « Trois », c'est « un, un et encore un ; c'est deux et encore un au milieu ».
- travailler sur un modèle mental de la collection. Exemple : je montre 3 jetons dans la main ouverte, je la ferme et en extrais deux que je montre aux enfants. « Combien y en a-t-il maintenant dans la main ? »
- Quand le subitizing est en place, on peut commencer à compter.

b) En MS : apprendre le comptage-dénombrement

« Je vais te montrer comment les grands comptent pour former une collection de 4 jetons. » Dire alors « 1, 2, 3, 4 » en déplaçant les jetons pour former progressivement une collection sous leurs yeux. On ne prononce le mot « deux » que quand la collection de deux est déjà formée. D'emblée les élèves apprennent ainsi une suite numérique arithmétisée.
De temps en temps, procéder à des comptages dénombrements explicites : « un ; et encore un, deux ; et encore un, trois ; et encore un, quatre. »

c) Enseigner les stratégies de décomposition au CP et au CE1

Distinguer le calcul sur les doigts (stratégie de décomposition-recomposition) du simple comptage sur les doigts.
R. Brissiaud est favorable à l'enseignement des stratégies de calcul sur les doigts pour la soustraction. En revanche pour l'addition, le problème est que les doigts ont déjà tellement été utilisés pour figurer des dénombrements, que leur usage en situation d'addition sera compromis (risque de confusion).

L'usage exclusif des boîtes Picbille, pour construire la représentation des nombres, a le travers de rendre difficiles les calculs avec franchissement de la dizaine sans l'appui de

la manipulation des boîtes et des jetons. Pour lutter contre ce travers, M. Brissiaud préconise d'anticiper les compléments à 10.
Exemples :

- « J'ai sept jetons dans ma boîte, imaginez le nombre de cases vides » (puis validation en montrant la boîte aux élèves). L'usage systématique de la boîte relève d'une pratique qui repose trop sur le visuel. Or « voir empêche de concevoir ».
- Pour travailler le passage de la dizaine : « 7+4, imaginez ce que je vois dans ma boîte. » C'est le principe de la « simulation mentale du passage de la dizaine que le maître réalise devant les élèves de manière masquée ». (puis validation par l'explicitation des opérations sur le matériel mais cette fois de manière visible). Des recherches neurologiques en appui sur l'imagerie cérébrale confirment que la compréhension de l'action d'autrui repose sur une simulation cérébrale de cette action. Donc quand le maître réalise devant ses élèves un passage de la dizaine de manière masquée, il laisse à leur charge les aspects critiques de cette opération mentale.

La représentation des jetons de manière linéaire dans la boîte permet de s'émanciper par rapport à la représentation en constellation (comme sur un dé), car les constellations ont le travers d'enfermer les représentations du nombre dans un schéma très orienté, trop photographique.

d) la soustraction

Dans le domaine de la soustraction, il est inefficient de s'enfermer dans la seule stratégie de comptage à rebours.
Au cycle 2, il est judicieux de ne pas placer la file numérique juste au-dessus du tableau, afin de percevoir si les élèves parviennent ou non à s'en émanciper en situation de calcul.
Dès le CP on dispose de techniques pédagogiques qui permettent d'enseigner les deux grandes techniques de la soustraction. Ne pas s'enfermer dans la seule stratégie du *recul sur la suite des nombres*. Travailler également la stratégie du *complément* (ex : 102-96, ce n'est pas un recul de 96 cases à partir de 102 sur la file numérique, c'est bien davantage l'écart entre 96 et 102).

e) *apprendre les tables de multiplication*

Pour favoriser au mieux l'accès des élèves aux résultats automatisés des multiplications, il faut « enseigner de manière moderne les tables de multiplication traditionnelles », celles qu'on trouve au dos des cahiers de brouillon (3x1, 3x2, 3x3, 3x4…).
(L'alternative à ces tables traditionnelles étant la table des multiples de 3 : 1x3, 2x3, 3x3 …)
Quand je dois mémoriser quelque chose, les premiers mots constituent un « indice de rappel » : les premiers mots d'un matériel verbal fonctionnent comme un indice de rappel. Quand on les entend, ils vont restreindre le champ des possibles du point de vue récitatif. Dans les tables de multiplication traditionnelles, le mot-nombre « trois » (dans l'exemple ci-dessus), placé en début d'énoncé, fonctionne comme un indice de rappel.
L'enjeu d'un enseignement *moderne* de ces tables traditionnelles consiste à rendre cela ludique.
Exemple : le jeu du furet :
Le maître : « Amélie
Amélie : - 3 x 1, 3

Le maître	- Julien
Julien	- 3 x 2, 6
Le maître	- Kamel
Kamel	- 3 x 3, 9 » (…)

Chaque élève prend ainsi en charge l'ensemble du matériau verbal. Par ailleurs, le jeu du furet prend ici en compte le fait que 3x7, c'est aussi 3x6 et encore 3.

Le travers de ce dispositif est celui-ci : l'enfant est tributaire, pour fournir le résultat de 3x6, de réciter la table de 3 depuis le début.
Donc on peut l'aider en lui fournissant des indices visuels dans la classe (pour entrer dans la partie basse de la table de multiplication, sans en passer systématiquement par le début). Par exemple, afficher en guise de repères des tables de multiplication partiellement évidées, telles que :

3 x 1= 3
3 x 2=
3 x 3=
3 x 4=
3 x 5=15
3 x 6=
3 x 7=
3 x 8=
3 x 9=
3 x 10=30

La table de multiplication traditionnelle est celle qui permet de retrouver le plus facilement le résultat d'un partage à partir de la connaissance des tables.
Autre argument en faveur de l'usage des tables de multiplication traditionnelles : pour partager 27 éléments en 3, je me pose la question de savoir combien je mets d'éléments en face de chacun des 3 personnes.

f) Les deux faces de la compréhension des opérations

- **Première face** : comprendre les opérations arithmétiques, c'est savoir utiliser leur aspect « couteau suisse » : **1 opération, plusieurs usages**. Comprendre un problème, c'est s'en faire **une bonne représentation mentale**.

Exemples :

deux grandes significations de la division

« On doit partager 10 000€ entre 368 personnes. Combien… »
→ Il s'agit ici d'une partition (on s'intéresse à la valeur d'une part)
« Des coureurs doivent faire un 10 000 m autour d'une piste dont le tout mesure 368m. »
→ Il s'agit d'une quotition (on s'intéresse au nombre de « parts »)

trois principaux sens de la soustraction :

-« Il y a 213 passagers dans un train et 167 descendent. »
→ Résultat d'un retrait ?
-« Il y a 167 passagers dans un train. D'autres passagers montent et après il y en a 213. »
→ Valeur d'un ajout ? (20% des élèves de CM2 se trompent ici)
-« Il y a 167 passagers dans un train et 213 dans un autre train. »

→ Comparaison

- **Une seconde face** : comprendre les opérations arithmétiques c'est **savoir calculer de différentes façons** : **1 opération, plusieurs façons de calculer**
Exemple : On ne calcule pas 102-6 comme on calcule 102-94.
D'où l'importance de favoriser le lien entre enseignement des opérations arithmétiques et enseignement du calcul mental.

- Il faut donc distinguer la compréhension de la situation et la compréhension des opérations. La compréhension de la difficulté mathématique des élèves mérite que le pédagogue fasse la distinction entre ce qui relève de <u>l'incompréhension de la situation</u> et ce qui relève de <u>la difficulté à réaliser l'opération</u>.

Protocole de Schliemann et collègues (1998) : un double problème proposé à des enfants des rues jamais scolarisés.
1er problème : « Quel est le prix de 3 objets à 50 cruzeiros l'un ? »
→ 75% de réussite sans jamais être allé à l'école ! (Il s'agit en réalité d'un faux problème multiplicatif. Sa résolution repose sur la simulation mentale, la réussite requiert une bonne compréhension de la situation)
2e problème : « Quel est le prix de 50 objets à 3 cruzeiros l'un ? »
→ 0% de réussite (Sa résolution nécessite une connaissance conceptuelle : la réussite implique une bonne compréhension des opérations conceptuelles sous-tendues).

<u>Conclusion</u>

Des recherches provenant de différents horizons disciplinaires convergent pour considérer que l'origine de la déperdition des résultats des CM2 en calcul provient des travers de la pédagogie anglo-saxonne qui a infiltré les textes ministériels français.

Ce qui doit guider le pédagogue, c'est une variété des représentations du nombre, mais une variété encadrée, sans dispersion inutile.
M. Brissiaud s'insurge contre les « constructivistes radicaux », contre la place laissée à une diversité trop importante de procédures personnelles avant la mise en œuvre de la procédure experte. Pour lui il n'y a chez l'enfant pas de procédure « personnelle », tout est culturel. Les procédures que l'enfant « découvre » dépendent très étroitement des dispositifs « culturels » en face desquels on le place.
M. Brissiaud s'assume comme un pédagogue volontariste, à rebours des pédagogues d'Ermel qui ont participé à l'élaboration des programmes 2002 et entendent que les élèves s'approprient par eux-mêmes les stratégies efficientes.
Le professeur des écoles est toujours sur le fil du rasoir entre le travers d'un behaviorisme qui jalonne à l'excès le parcours cognitif de l'élève et celui d'un constructivisme radical qui le laisserait trop seul face à la construction de ses apprentissages.

Références :

R. BRISSIAUD, *Premiers pas vers les maths : les chemins de la réussite à l'école maternelle*, Paris, Retz, 2008

Secrétaire : DT